時間対称量子力学における実在と遡及因果
― 見ていないときに何が起こっているのか ―

Reality and Retrocausation in
Aharonov's Time Symmetric Quantum Mechanics
― What happens, when I don't look it? ―

榛葉　豊*
Yutaka SHINBA

Abstract : "When we don't see it, what is its value of observable?" Bohr recommended that don't think about such a meaningless question. Nevertheless, about half century later, the conception for reality in quantum mechanics is restarted to argue seriously. Many interpretations and experiments have been proposed. Recently, in connection with execution on the experiment about the Hardy's Paradox, Aharonov's so called Time Symmetric Quantum Mechanics is paid attention. We discuss the conception of reality and backward causation, appearing Aharonov's interpretation, from among many paradoxical aspects of that interpretation.

1．はじめに

ゲージ理論におけるポテンシャルの実在性を含意し，その後日立製作所の外村彰のノーベル物理学賞に結びついた Aharonov-Bohm 効果で有名な Aharonov は，すでに 1964 年に量子力学の時間対称解釈 [1] を提出している．それは量子力学の理論が，時間反転について対称なことを用いて，通常の量子力学が，ある時刻の波動関数からその後の時刻の波動関数を Schroedinger 方程式によって導いて，それに観測過程についての von Neumann の射影公理もしくは Born の確率解経由で測定値の確率分布を得るという形式である．時間の方向自身は一方向であるのに対して，過去の状態と未来の状態の 2 つから，その中間の時刻での観測値について論ずるという形式になっている．ただし，過去と未来での 2 回の観測過程自身は，時間反転対称ではない．

この形式は Bohr が禁じた，見ていないときに物理量の値はどうだろうかということを論ずる，一つの直截な道を開いたといえる．見ていないものの実在を論ずると言う形式である．Aharonov は 1988 年には弱測定と弱値の概念 [2-3] を提唱し，理論形式に実際の操作を対応させた．弱測定による弱値は，通常の量子力学の形式に帰着させれば，観測量の期待値に帰着するものであり，時間対称量子力学では，その実数部分が，観測量の期待値になる．しかし，弱値はたとえば，Stern-Gerlach 型測定のような有限の範囲をとる離散固有値の観測において，その固有値の範囲を超える値を予言したり，Mach-Zehnder 型干渉計を 2 つ組みあわせた干渉計での干渉実験（電子-陽電子干渉や光子-光子干渉）で「確率」と解釈したい量が負の値になるなどの難点もしくは特徴がある．これは 1992 年に提出された Hardy のパラドックス [2] と言われる思考実験の状況であり，実際に最近の実験 [3] で，その状況が実証された．

本稿では，時間対称量子力学は，見ていないときの観測量の値，言い換えれば実在を記述しているといえるのか，そして未来からの因果と言いたくなるような定式化は，一般の Bayes の定理に関する，遡及因果の困難の文脈でどう考えられるべきなのかを考える．Hardy のパラドックスに現れる「負確率」（粒子数密度の弱値が負）の問題や，実在についての Bell の定理，Kochen-Specker の NG 定理がどうなるのか等々については，別の機会に論ずることにする．

2013 年 3 月 5 日受理
*　総合情報学部　人間情報デザイン学科

2．時間対称量子力学と弱測定

2.1 時間対称量子力学 [1)]

Aharonov の時間対称量子力学について，まとめておこう．通常の量子力学は，ある時刻 t_i における波動関数 $\left|\psi\left(t_{initial}\right)\right\rangle$ から，Schrödinger 方程式によってその後の時刻 t における波動関数 $\left|\psi\left(t\right)\right\rangle = e^{-iH\left(t-t_{initial}\right)}\left|\psi\left(t_{initial}\right)\right\rangle$ を計算し，それに対して測定する観測量の正規完全直交系をなす固有関数系での展開を用いた Born の確率解釈と von Neumann の射影仮説で測定値と観測後の波動関数を得るという形式になっている．ということは，実験開始時に後で測定する観測量が何であるかは，わかっていないのではある．後で行う観測を決めていたとしても，遅延選択実験をする可能性を考えれば，わかっていないとするのが妥当である．とにかく時刻 $t_{initial}$ における何らかの観測相互作用によって，ある固有値が得られた場合を選別して他は捨てて，初期状態の集団として用いるわけである．それが時間発展した対象系を，時刻 t においての観測でどの固有値が得られるかの確率を計算するという設定である．それはいわば 2 つの観測の間を結ぶ情報理論であり，実在を記述するものなどではないという立場も容認出来るのかもしれない．

それは非可逆過程である観測において，観測量 A の固有値 a_i が得られる条件付き確率（以下では，A には縮退は無いものとする），

$$\Pr\left(A = a_i \middle| \left|\psi\left(t_{initial}\right)\right\rangle\right) \tag{1}$$

を計算する規則なのである．(1) 式の条件付き確率は Born の確率解釈によって，$\left|\left\langle a_i\middle|U\left(t-t_{initial}\right)\middle|\psi\left(t_{initial}\right)\right\rangle\right|^2$ となる．ただし，$U\left(t-t_{initial}\right)$ は Schrödinger 方程式による時間発展ユニタリ作用素である．したがって観測量 A の期待値は，波動関数が規格化されているとして，スペクトル分解 $A = \sum_i a_i \left|a_i\right\rangle\left\langle a_i\right|$ を用いて，

$$\left\langle\psi(t)\middle|A\middle|\psi(t)\right\rangle \tag{2}$$

となる．逆に言って，この期待値汎関数が与えられていればすべての観測量に関する確率は計算できるので，期待値汎関数は波動関数と等価である．

ところで，周知のように Schrödinger 方程式は時間反転に対して対称である．従って，ある時刻の波動関数からその後の時刻の波動関数を計算する代わりに，過去の波動関数を計算することが全く同様にして出来る．これは Maxwell の方程式や，相対論的波動方程式である Klein-Gordon 方程式での，遅延解と先進解の関係と同様なことである．ただしこれは，数学的なことであって，物理学的な話とは単純にはいえない．1 点に集中したデルタ関数から，過去に向けてガウス型の波束が拡がっていく（過去から現在に向けて，1 点に波束が収斂してくる）という解は，数学的には先進解として可能であるが，物理的には実現しないと考えられている．その理由を考えるのが，物理学における時間論の一つの大きなテーマである時間の矢の問題であるが，ここでは論じない．

意味については一先ず措いて，この先進解を遅延解とともに用いた数学形式を考えてみる．すなわち現在の波動関数が過去の状態と未来の状態の両方から決まっているとするのである．

$$\Pr\left(A = a_i \middle| \left|\psi\left(t_{initial}\right)\right\rangle \wedge \left|\psi\left(t_{final}\right)\right\rangle\right) \tag{3}$$

という条件付き確率を計算するという形式を作ってみるのである．表式 (3) の初期状態と終期状態の波動関数に関する条件の連言で結ばれた 2 つの命題は独立であるから，その 2 つのイヴェントがそれが起こる確率は積になり，それが全確率の中に占める割合として

$$\frac{\Pr\left(a_i\middle|\psi\left(t_{final}\right)\right)\Pr\left(a_i\middle|\psi\left(t_{initial}\right)\right)}{\sum_k \Pr\left(a_k\middle|\psi\left(t_{final}\right)\right)\Pr\left(a_k\middle|\psi\left(t_{initial}\right)\right)}$$

が得られる．分母は，すべての現在時点の可能性 k について和をとっている．Born の規則が，原因と結果について対称なことを考えると，φ_j を未来の観測における観測量の固有関数として，

$$\frac{\left|\left\langle\varphi_j\left(t_{final}\right)U^{-1}\middle|a_i\right\rangle\left\langle a_i\middle|U\psi\left(t_{initial}\right)\right\rangle\right|^2}{\sum_k\left|\left\langle\varphi_j\left(t_{final}\right)U^{-1}\middle|a_k\right\rangle\left\langle a_k\middle|U\psi\left(t_{initial}\right)\right\rangle\right|^2} \tag{4}$$

となる．ただし U は，時間発展のユニタリ作用素であり，U^{-1} はその逆作用素で，t_{final} という未来から

現在のtまで先進波で時間を戻しているのである．この (4) 式が（3）式という意味を持っているというのである．

ここで必ずしも（4）式は時間対称でないことに注意しよう．未来の波動関数は，未来に測られるであろう観測量のjという添え字を持った固有関数になっているのに，過去の波動関数は必ずしもそうなってはいない．

（4）式という「確率」のなかに未来の波動関数がどういうふうに登場してきているのかを考えてみることにしよう．通常の量子力学は，過去　→　現在　という波動関数の変化を計算して，現在の非可逆な観測過程で得られる値の確率を計算するのだが，過去の波動関数というものは，つまりそのような波動関数で表現される状態にある量子力学的対象というものは，基本的には，ある観測量の観測によって得られる．それも 1 つの対象に対して観測が行われるのではなく，状態の決まっていないたくさんの対象に対して観測が行われ，射影仮説で述べられているように，観測量のいずれかの固有状態になった量子力学的対象のうち，実験の初期状態として仮定されている状態のものが選別されて実験装置に送り込まれるのである．

つまり，最初の（過去の）観測で，状態を同一の状態にフィルター（選別）した集団を用意して，それらに対して実験を行う．それらの結果を現在において観測して，量子力学の本質からして，量子力学的対象それぞれについて，異なっていてよい結果の頻度分布を問題にするのである．こう考えると，通常の量子力学は，

過去の観測　→　現在の観測　,

という状況での，現在の観測での頻度分布を問うものと言ってよい．

そうすると，時間対称量子力学では，

現在　←　未来

という影響を取り入れるならば，それは未来の観測結果，未来での選別結果が，現在に遡及しているという形になるのが自然である．

現在の観測　←　未来の観測　.

したがって，未来の波動関数には，未来の測定結果の添え字が入るのである．過去の方に添え字が無いのは，通常の量子力学の場合と同様である．以上の事柄を，事前選択と事後選択と呼ぶ．

2.2　弱値と弱測定

こうして，時間対称量子力学と実際の実験の対応は次のようになる．まず，事前選択に相当する観測が行われる．そして選別された対象のみが，実験装置に送り込まれる．相互作用をして出てきた対象に対して，観測量Aの観測が行われて，Aの固有値のどれかが得られる．それらの中から，（4）の添え字jに対応する値になった対象のみ残して後は捨てる．これが事後選択である．多数回の実験の中から事後選択された，考えている終期状態が得られたイヴェントの集団の中での，添え字iである現在の「値」の何らかの「頻度」が（4）であると言うことになる．

Aharonov は次のような，複素数である，Aの弱値[4, 6]を定義した．

$$\langle A\rangle_{weak}=\frac{\langle\varphi_j(t_{final})|A|\psi(t_{initial})\rangle}{\langle\varphi_j(t_{final})|\psi(t_{initial})\rangle}\qquad(5)$$

この表式は，左側，t_{final}での波動関数を$\psi(t_{initial})$に変えれば，通常の量子力学での（2）式に帰着する．いろいろな未来の状態φ_jの集団についての（5）式の期待値を計算してみると，

$$\begin{aligned}E_{final}\left[\langle A\rangle_{weak}\right]&=\sum_j\frac{|\langle\varphi_j|\psi\rangle|^2\langle\varphi_j|A|\psi\rangle}{\langle\varphi_j|\psi\rangle}\\&=\langle\psi|A|\psi\rangle\end{aligned}\qquad(6)$$

となって，通常の量子力学に一致する．特に，(5) 式の観測量Aとして，固有値a_iに属する固有関数への射影作用素　$|a_i\rangle\langle a_i|$　をとれば，(6) は

$$E_{fianl}\langle \mathrm{P}_{|a_i\rangle}\rangle_{weak}=|\langle a_i|\psi\rangle|^2$$

となるから，この意味で，(5) 式で定義された弱値は，(3) 式の時間対称形式での条件付き確率に関連した，なにか複素確率とでも言うべきものと考えられる．

ではその弱値とはどのようにしして「測定」されるのだろうか．もし現在の時点で観測を行い，観測量Aの値を得たとしたら（これを強測定と呼ぶ），情報を得る代償と

して波動関数は射影仮説で要請されるように非可逆的に「波束の収縮」をおこしてしまう．量子コンピュータ概念の普及で，コヒーレントな時間発展の重要性は現在ではよく認識されているとおりであるが，それは全く異なった状況を引き起こしてしまう．しかし，観測過程の相互作用を非常に弱くすれば，波動関数のコヒーレンスは損なわれず，(4) 式の状況を壊さないであろう．ここでAharonovは弱測定という概念を持ち込んだ．この際には，1回の測定で得られる情報は非常にわずかであるが，弱測定を非常に多数回行えば，その精度は上げられる．

弱測定をするときの対象と観測装置の間の相互作用として，Von Neumann 型の観測相互作用[7]を仮定して，弱値の実数部分が，弱測定で得られる値になることをAharonov は示したのだった．こうして弱値は現実世界との対応を持てるようになるのである．ただし，弱値は通常の量子力学ではあり得ない，固有値の範囲を超えた異常な値を予言するなどの難点があるが，これらは実験でそのような結果が確認されていて，問題はそのような状況の解釈である．

2.3 見ていないきに何が起こっているのか

Bohrに導かれた量子力学の正統解釈（Copenhagen解釈）では，観測の間に何が起こっているか，観測量は値を持っているのか，等という設問は立ててはいけない．そのような設問には意味がないと教えられてきた．その教えに従う立場はいろいろあるが，その教えに従うことが，物理学の発展に大いに役に立ち，先端技術を開いてきたのは周知の通りであるが，一方Einsteinをはじめとする，量子力学の建設者の何人もが，量子力学の完全性，特に実在性の記述と非局所性の問題に取り組んできたのもよく知られている．Aharonov-Bohm効果の共著者である，D. Bohmも，その正統解釈に基づく教科書が有名であるが，それ以上に転向後の隠れた変数理論で有名である．当然それは，見ていないときの実在を記述している理論であった．

しかし，対象の実在をいつでも記述していて，かつ局所的な理論は，量子力学と矛盾する場合がある，ということがJ. Bellによって示され，1980年代には，A. AspectやH. Kleinpoppenに代表される諸実験でそれが確認された．自然は量子力学を支持し，局所的隠れた変数理論は成り立たない，ということが確証されたのだった．

それでは，時間対称量子力学はどうだというのであろうか．未来の観測において固有値a_iが得られる場合，現在もa_iである確率は，(4) 式において未来の状態 φ_j を $\left|a_j\right\rangle$ に置き換えれば，

$$\Pr\left(a_i \middle| a_i at\ future \wedge \psi\ at\ past\right) = 1$$

となる．そして，現在の状態をそれと直交する状態にとれば，その確率は0となる．ということは，未来においてa_iという値を観測量が持つのであれば，まだ観測をしていないそれ以前から，観測量はa_iという値を持っていることになる．これは，観測していないときにも実在の要素があると言うことになる．

それは，Bellの定理に矛盾することにならないだろうか．ここでは詳しく論じないが，それは大丈夫なのである．Bellの定理は，遠距離に離れた過去に相互作用した2つの系のうち片方を観測すると，という設定であるが，時間対称量子力学では，現在には通常の測定（強測定）は行わないのであるから，合成系の波束の収縮は起きないので，遠距離相関は発生しない．その上，時間対称形式では，測定以前から2つの観測対象とも，その測定値であるというのだから，もとから遠距離相関ではない．Bellの定理では，すべての観測量の値がいつでも決まっているという仮定があるが，時間対称量子力学では，未来に測定される観測量が決まっていて，そのほかの観測量は，未来において観測されることは無いのであるから，Bellの定理の仮定は満たしていない．従ってBellの定理はそのような場合についてはないも主張しないのだから，その定理には反しないのである．

未来においての測定が，あまたあり得る観測量の中から，ある特定の観測量に「決まっている」，ということの大きな効果がもう一つある．現在では立派に市民権を得ている多世界解釈[8-10]にも，難点はたくさんある．最大の難点ではないが，物理的な難点として，世界はどのような観測量のスペクトル分解に対応して分岐していくのだろうか，というものがある．これについても時間対称量子力学（と多世界解釈をなんらかの方法で組みあわせるなら）では，未来の観測でどのようなスペクトル分解がされるのかは，「既に」決まっているのであるから，もし別の観測量だったらというような問題はそもそも発生しない．

いずれにしても，実際には現在時点では（強）測定されないという反事実性によって波束の収縮を避けていることと，未来の「原因」によって，世界を分類整理してその中で統計を取るという，時空を静的な織物として観ている神の視点を導入することによって困難を避けているといえるだろう．

我々は現在時点の観測量の弱値を，仮に未来においてこれこれの結果が得られるとしたらという計算で求めることが出来る．そして現在の実際の弱測定結果をたくさん繰り返して集積しておいて，未来の時点での強測定実験の結

果によって不都合な事例は捨て去りって，弱値の計算と一致すると喜ぶことは出来るだろう．

しかしこの際，時間の流れの順序で世界を生きている人間には，未来にどの終状態になるのかはわからないのである．未来の状態をいろいろと仮想してみるという操作をするなら，未来の状態について平均すると言うことになって，通常の量子力学に帰着してしまう．

未来の波動関数も現在の波動関数に影響すると言ってみたところで，多世界解釈を併用するにしろ，多心解釈にしろ，どの未来になる世界に自分が乗っているのかわからないのだから，問題の解決には，人間の時間に対する感覚の変革が必要になってくるであろう．

2.4 遡及因果

時間対称量子力学は，次のような論法であると思う．まず，量子力学は意味はわからないにしろ，世界を，観測と観測をつなぐ情報理論として記述している成功したクックブックである．世界のある部分を理論が写し取っているのである．次に，量子力学の数学形式が時間変転対称であることから，元々の量子力学の設定，つまり Born の解釈や射影仮説，それらの必然としての不可逆性などは棚上げにして，時間対称量子力学（2 時間量子力学）を書いてみる．その性質を調べると，実在を記述しているようにも思える．それなら，現実世界との対応を考えなければならない．ということで，弱測定と弱値の概念を提唱する，というシナリオと思われる．

現在，時間対称量子力学に関わる奇妙な予言を実証する実験や，理論面でもその応用研究が行われている状況だが，そもそも実在が回復したのだろうか．そして，遡及因果と受け取れる事態を含んでいることは大丈夫なのだろうか．

（3）式の条件付き確率は，そもそもそれ自体が議論を引き起こすような概念である．それは未来の条件の下に現在の確率を計算するという遡及因果を含んでいる記法である．時間対称量子力学の立場で言えば，それは未来の観測も終わった時点で，集計した結果の単に頻度でしかないし，Byees の定理では，確率の逆算法と言われるように，時間に対して遡及した条件付き確率を定義しているのは普通のことである．

しかし，時間対称量子力学も，過去の状態を事前選択するときと，未来の実験結果を事後選択するときには必然的に強測定するわけであり，時間の流れについて対称な訳では決してない．

量子力学での確率については，K. Popper の傾向性解釈[12]が有名であるが，傾向性確率を，時制を遡っての命題に適用することには批判が多い．たとえば，ハンフリーズのパラドックスとは，次のようなものである．あるネジが A 工場で 1 日に生産された確率は，1/4 であるというそれでは A 工場と B 生産されたネジが，全部合わせて混ぜられてあなたの目の前に持ってこられたとしよう．その中から 1 つのネジを取り上げて，「このネジが A 工場で生産された傾向性は 1/4 である」というのは変ではないだろうか．

傾向性解釈は，観測装置で起こっていることの解釈としては，妥当な点が多い．したがって，Bayes 推論一般に関する批判という意味合いからも時間対称量子力学には難点がある．

我々の通常の論理学は時制を持たない論理学である．時制については注釈的な表し方になる．古代インドでは時制を持った論理が用いられていたとも言うが，「時相論理」の観点から，時間対称量子力学を分析してみなければならないだろう．遡及因果は物理学的にはないが，心理的にはあり得るという議論もある．

時間について対称というなら，デコヒーレンスの逆過程も対称に扱わねばならないだろう．そのようなことはどう考えられるのだろうか．時間対称量子力学では，事前と事後の観測での不可逆性，したがってエントロピー増大は通常の時間の向きと同一方向であって，決して対称ではない．観測過程までを時間対称にするという解釈はあり得るのであろうか．

また，現在の多世界解釈では世界の合一も扱われている．そして，宇宙論に適用したときに，たとえばビッグクランチを仮定したとして，宇宙の未来によって現在が決まっている，というとき事後選択はどういう立場の存在がするのであろうか．疑問はつきないが，確率の哲学に関する難問は，日常身辺の問題だと論点や異常性がぼけてしまいがちだが，このような量子確率の方が難題のありかと異様さがはっきりして，攻めやすいようであり，よい足場であると思う．Dummet の「酋長の踊り」[14] という，遡及因果についてのパラドックスなども，時間対称量子力学の元になっている考え方で分析してみたい．

参考文献

1） Y. Aharonov, P. G. Bergmann and J. L. Lebowitz, Time Symmetry in the Quantum Process of Measurement, *Phys. Rev.* B 134, (1964)1410

2） L. Hardy, Quantum Mechanics, Local Realistic Theories and Lorentz-invariant Realistic Theories, *Phys. Rev. Lett.*68(1992)2981

3） K. Yokota, T. Yamamoto, M. Koashi and N. Imoto, Direct Observation of Hardy's Paradox by Joint Weak Measurement with an Entangled Photon Pair, *New Journal of Phys.* A,11(2009)033011

4） Y. Aharonov, D. Z. Albert and Vaidman, How the Result of a Measurement of a Component of a spin-1/2

Particle Can Turn Out to be 100, *Phys Rev. Lett.*,60(1988)1351.

５） Y. Aharonov and L. Vaidman, Properties of a Quantum System during the Time Interval between Two Measurements, *Phys. Rev.* A, 41(1990)11

６） Y. Aharonov and Lev Vaidman, Complete Description of a Quantum System at a Given Time, *J. Phys.* A:Gen. 24, (1991)2315

７） J. von Neumann, *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, (Springer,1932)
邦訳：井上他訳,『量子力学の数学的基礎』, みすず書房, 1957年

８） Ed. B. De Witt and N. Graham, *The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics,* (Princeton U.P.,1957)

９） 榛葉豊,『平凡の原理と主観確率 ―多世界・意識・参照集団―』, 静岡理工科大学紀要, 第16巻（2008年）36

１０） 榛葉豊,『定理としての確率解釈』, 静岡理工科大学紀要, 第9巻,（2001年）365

１１） 榛葉豊,『遅延選択と遡及因果 ―確率はどの段階で崩壊するのか―』, 静岡理工科大学紀要, 第15巻（2007年）47

１２） K. Popper, *Realism and the Aim of Science*, Routledge(1992)
邦訳:『実在論と科学の目的』, 小河原他訳, 岩波書店（2002年）

１３） 白井仁人他,『量子という謎』, 勁草書房, 2012年

１４） M. Dummet, *Truth and Other Enigmas*（1978）
邦訳：「結果は原因より先行できるか」,『真理という謎』, 勁草書房（1986年）